

第十八届“华中杯”大学生数学建模挑战赛题目

B 题 反射的艺术

图 1 是艺术家 Reza Ezoji 的作品。这一系列作品的特点是，艺术家在纸张上绘制的图案看上去是杂乱无章不规则的混乱线条，而在特定位置摆放一个圆柱形的镜子后，镜面可以反射出人物肖像，动植物形象，或文字等有意义的图案。



图 1: Reza Ezoji 的作品

类似的还有韩国 Luycho 公司的倒影杯（Mirror Cup & Saucer），如图 2 所示。由于碟子不是平面，杯身表面的曲面也经过精心设计，因此，杯身反射的图案变化更多，表现力更丰富。



图 2: Luycho 公司的产品

请你们团队探讨这些作品的数学原理和进一步拓展空间。为简化问题我们假设纸张为理想平面上的一部分，A4 幅面大小，镜面为理想圆柱体的侧面，圆柱体高度有限，竖直放置。纸张上的图案称为纸面图案，观察者看到的镜面反射图案称为镜面图案。设计时，纸面图案不需要限定为手绘图案，并且可以对镜面图案或纸面图案进行艺术加工或简化。

1. 对于给定的镜面图案参考图，如何设计并确定纸面图案，以及圆柱镜面的几何尺寸、摆放位置等参数？请建立一般的数学模型，并针对图 3 和图 4 给出具体的设计方案。



图 3：镜面图案 1 参考图



图 4：镜面图案 2 参考图

2. 目前的作品中，纸面图案都是不规则的、无意义的。如果不指定镜面图案，有没有可能设计出纸面图案与镜面图案均有意义的作品？不要求两者有关联，内容可以是独立的。如果指定镜面图案，还能不能设计出纸面图案有意义的作品？

3. 如果同时指定任意的镜面图案和纸面图案，仅靠艺术加工，能否设计出镜面图案和纸面图案均有意义的作品？或者说，探讨当要求镜面图案和纸面图案均有意义时，两者应该满足的条件或关系。